ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ

$$\vec{\mathrm{a}} = 1^{120} = -0.5 + \mathrm{j}0.866$$

$$\overrightarrow{\mathrm{a}^2}=1^{240} = -0.5 - \mathrm{j}0.866$$

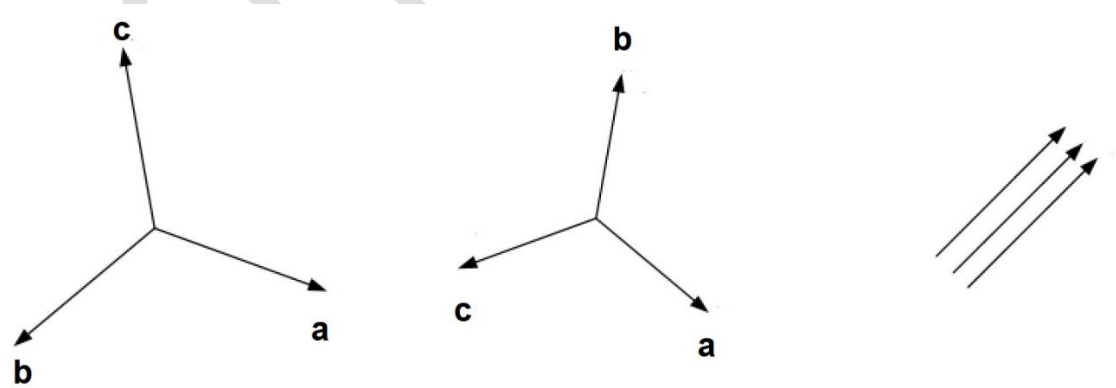
$$1 + \overrightarrow{\mathrm{a}^1} + \overrightarrow{\mathrm{a}^2} = 0$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = \cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi$$

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi} = \cos\varphi - \mathrm{j}\sin\varphi$$

Φυσική σημασία: Οποιοδήποτε διάνυσμα που πολλαπλασιάζεται με ένα διάνυσμα (δηλ. μιγαδικό αριθμό), που έχει μέτρο 1 και όρισμα φ, τότε το αρχικό διάνυσμα περιστρέφεται κατά φ μοίρες.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ




**Ευθύ ή σύστημα θετικής ακολουθίας** | **Αντίστροφο ή σύστημα αρνητικής ακολουθίας** | **Σύστημα ομοπολικής ακολουθίας**

$$V_0 = \frac{1}{3}(\overrightarrow{V_a} + \overrightarrow{V_b} + \overrightarrow{V_c})$$

$$V_1 = \frac{1}{3}(\overrightarrow{V_a} + \vec{\alpha}\overrightarrow{V_b} + \overrightarrow{\alpha^2}\overrightarrow{V_c})$$

$$V_2 = \frac{1}{3}(\overrightarrow{V_a} + \overrightarrow{\alpha^2}\overrightarrow{V_b} + \vec{\alpha}\overrightarrow{V_c})$$

Το παραπάνω τυπολόγιο ισχύει και για τα ρεύματα

Συμπεριφορά των αρμονικών τάσης και ρεύματος

- Η βασική συχνότητα αφορά μόνο το ευθύ σύστημα
- Η 2η αρμονική αφορά το αντίστροφο σύστημα
- Η 3η αρμονική αφορά το ομοπολικό σύστημα
- Η 5η αρμονική αφορά το αντίστροφο σύστημα
- Η 7η αρμονική αφορά το ευθύ σύστημα
- Η 9η αρμονική αφορά το ομοπολικό σύστημα
- Η 11η αρμονική αφορά το αντίστροφο σύστημα
- Η 13η αρμονική αφορά το ευθύ σύστημα
- Η 15η αρμονική αφορά το ομοπολικό σύστημα
- Η 17η αρμονική αφορά το αντίστροφο σύστημα
- Η 19η αρμονική αφορά το ευθύ σύστημα
- Η 21η αρμονική αφορά το ομοπολικό σύστημα
- Η 23η αρμονική αφορά το αντίστροφο σύστημα

## 3-φασικά συστήματα συνδεδεμένα σε αστέρα

Βασική, 5η, 7η, 11η, 13η, 17η , 19η, 23η κ.λ.π.

Οι παραπάνω αρμονικές μπορούν να ρέουν στο σύστημα χωρίς ουδέτερο ή αγωγό γείωσης

Οι 3η, 9η, 15η , 21η κ.λ.π. ρέουν μόνο όταν υπάρχει ουδέτερος ή αγωγός γείωσης

## 3-φασικά συστήματα συνδεδεμένα σε τρίγωνο

Οι 5η, 7η, 11η, 13η, 17η , 19η, 23η ρέουν στις γραμμές

Ενώ οι

3$^{η}$, 9$^{η}$ and 15$^{η}$ κ.λ.π ρέουν μέσα στο τρίγωνο μόνο.

*Rotation sequences according to harmonic number*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **+** | 1st | 7th | 13th | 19th | ← Rotates with fundamental |
| **0** | 3rd | 9th | 15th | 21st | ← Does not rotate |
| **-** | 5th | 11th | 17th | 23rd | ← Rotates against fundamental |

## ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΥΠΟΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΗΕ

### 2.1 Περιγραφή Συστημάτων-Εξισώσεις Κατάστασης

Ένα σύστημα περιγράφεται από ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων οι οποίες περιγράφουν την εξέλιξη μίας φυσικής ή τεχνητής διαδικασίας στο πεδίο του χρόνου.

Το σύνολο των διαφορικών εξισώσεων που απαιτούνται για την περιγραφή μίας διαδικασίας ονομάζονται **εξισώσεις κατάστασης** ο ελάχιστος αριθμός μεταβλητών ο οποίος απαιτείται για να περιγράψει τη δυναμική/μεταβατική συμπεριφορά ενός συστήματος ή μίας διαδικασίας ονομάζεται **πίνακας μεταβλητών κατάστασης**. Ο αριθμός των διαφορικών εξισώσεων ο οποίος απαιτείται για την περιγραφή ενός συστήματος ταυτίζεται με τον **αριθμό μεταβλητών κατάστασης.**

Το σύνολο των εξισώσεων κατάστασης περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$p[X]=[A][X]+[B][U] \tag{2.1}$$

Όπου :

A: είναι το μητρώο του συστήματος με διαστάσεις (n x n)

B: είναι το μητρώο εισόδων του συστήματος με διαστάσεις (m x m)

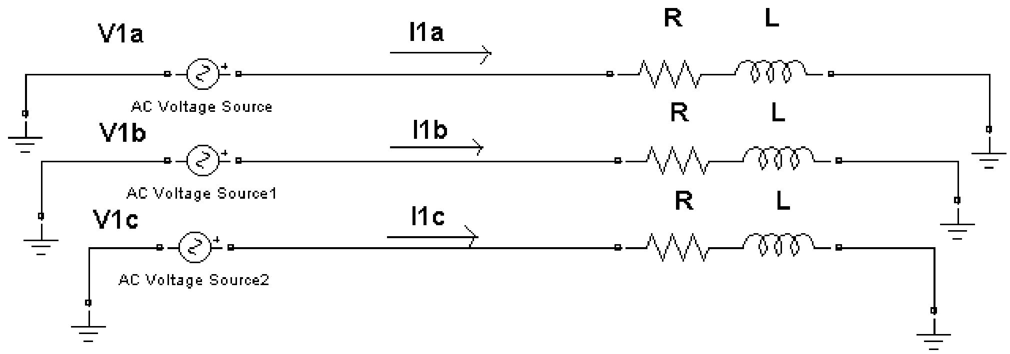
X: είναι το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος με διαστάσεις (n x 1)

U: είναι το διάνυσμα των εισόδων του συστήματος με διαστάσεις (m x 1)

p : είναι ο διαφορικός τελεστής ( p = d/dt).

Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν ένα σύστημα-διαδικασία είναι **1$^{ης}$ τάξης**. Εάν π.χ. μία διαφορική εξίσωση που περιγράφει ένα κομμάτι μίας διαδικασίας είναι δεύτερης τάξης τότε την αναλύουμε σε δύο διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης κ.ο.κ.

Ο Πίνακας Α που λέγεται και πίνακας συστήματος δίνει όλες τις πληροφορίες οι οποίες περιγράφουν το σύστημα, π.χ. για το σύστημα του Σχήματος 2.1 ισχύει:




Σχ. 2.1 Τριφασικό σύστημα πηγών τάσεων και γραμμών μεταφοράς

Οι μεταβλητές κατάστασης είναι τα ρεύματα στις γραμμές μεταφοράς. Οι εξισώσεις κατάστασης οι οποίες περιγράφουν το σύστημα είναι:

$$p[I_{1a}] = \frac{1}{L}V_{1a} - \frac{R}{L}I_{1a} \tag{2.2}$$

$$p[I_{1b}] = \frac{1}{L}V_{1b} - \frac{R}{L}I_{1b} \tag{2.3}$$

$$p[I_{1c}] = \frac{1}{L}V_{1c} - \frac{R}{L}I_{1c} \tag{2.4}$$

Συνεπώς ο πίνακας A είναι:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Από τον οποίο φαίνεται ότι τα R, L τα οποία περιγράφουν το σύστημα περιέχονται σε αυτόν.

Ο Πίνακας B των εισόδων (διεγέρσεων) του συστήματος είναι:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Οι έξοδοι του συστήματος στη γενική περίπτωση δίνονται από τη σχέση:

$$Y = [C][X] + [D][U] \quad (2.7)$$

Σε αυτή την περίπτωση το ζητούμενο είναι τα ρεύματα στις γραμμές μεταφοράς (δηλ. οι μεταβλητές κατάστασης είναι ταυτόχρονα και έξοδοι) οπότε:

$$Y = [C][X] \quad (2.8)$$

$$\text{Με } Y = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{1b} \\ I_{1c} \end{bmatrix} \text{ και } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα A δίνουν πληροφορίες και για τη θέση των πόλων του συστήματος στο μιγαδικό επίπεδο όπως θα συζητηθεί παρακάτω.

Το παραπάνω σύστημα για το οποίο σχηματίστηκαν οι εξισώσεις κατάστασης εκτός από **γραμμικό** λέγεται **χρονικά μη μεταβαλλόμενο** διότι η τοπολογία (συνδεσμολογία) του παραμένει αμετάβλητη και οι τιμές των R,L είναι αμετάβλητα μεγέθη ως προς το χρόνο.

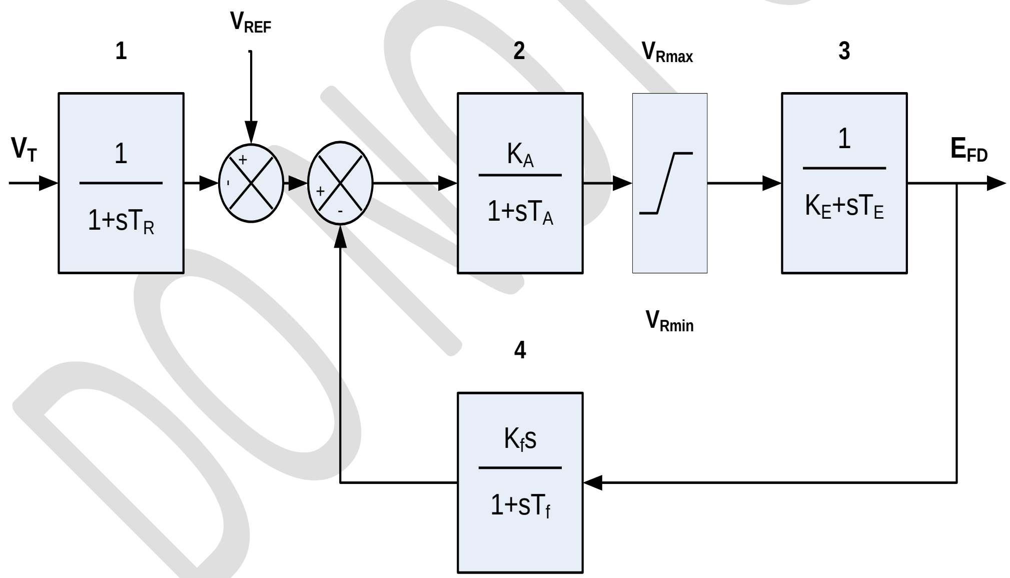
## 2.2 Μετασχηματισμός Laplace.

Ο Μετασχηματισμός Laplace είναι ένα μαθηματικό εργαλείο και πιο συγκεκριμένα ένας γραμμικός ολοκληρωτικός λογισμός, ο οποίος χρησιμοποιείται για να μετατρέψει μία διαφορική εξίσωση σε αλγεβρική με σκοπό να διευκολύνει την επίλυσή της. Επίσης ο μετασχηματισμός Laplace μετασχηματίζει μία συνάρτηση από το πεδίο του χρόνου (t) στο πεδίο s ($s=\sigma+j\omega$) (δηλ. το πεδίο της μιγαδικής συχνότητας). Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace μετασχηματίζει τη συνάρτηση από το πεδίο s στο πεδίο του χρόνου t.

Οι σχετικοί τύποι του μετασχηματισμού καθώς και τα αντίστοιχα ζεύγη $t \leftrightarrow s$ δίνονται στους πίνακες του Παραρτήματος.

## 2.3 Διαγράμματα Βαθμίδων.

Τα διαγράμματα βαθμίδων είναι εποπτικά εργαλεία τα οποία χρησιμοποιούνται για να δώσουν μία συμπυκνωμένη αλλά πλήρη περιγραφή ταυτόχρονα του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει τη συμπεριφορά ενός συστήματος-διεργασία.

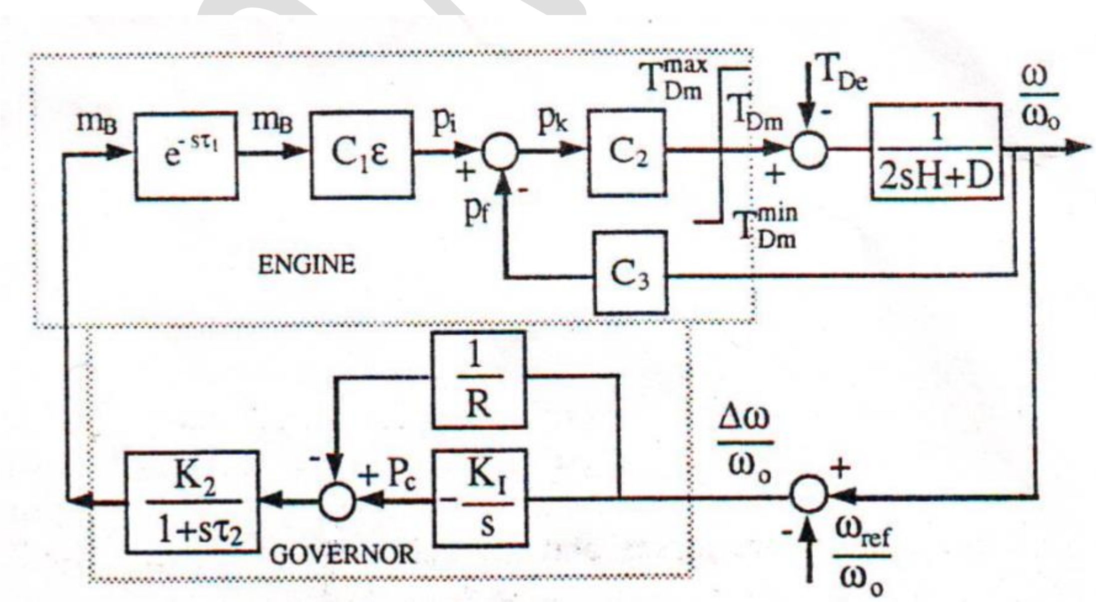



Σχ. 2.3 Διάγραμμα βαθμίδων Αυτόματου Ρυθμιστή Τάσης-διεγέρτριας Σύγχρονης Γεννήτριας.

Το παραπάνω σχήμα αφορά τη μαθηματική παράσταση-μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ενός συστήματος διεγέρτριας μίας Σύγχρονης Γεννήτριας, τύπος Ι IEEE (Automatic Voltage Regulator-Αυτόματος Ρυθμιστής Τάσης). Η διεγέρτρια είναι ένα σύστημα (βοηθητική γεννήτρια συνεχούς ρεύματος στον ίδιο άξονα) το οποίο τροφοδοτεί το τύλιγμα διέγερσης μίας Σύγχρονης Γεννήτριας με συνεχή τάση έτσι ώστε η Σύγχρονη Γεννήτρια να αναπτύξει την επιθυμητή τάση (εναλλασσόμενη) στην έξοδό της.

Η **βαθμίδα 1** είναι το σύστημα μέτρησης της τάσης που αναπτύσσει μία Σύγχρονη Γεννήτρια στην έξοδό της. Η τάση μετριέται με μία χρονική καθυστέρηση $\mathbf{T_R}$ (η οποία είναι φυσική για κάθε σύστημα αφού αποκρίνεται πάντα με κάποια καθυστέρηση στη διέγερσή του). Η μετρούμενη τάση συγκρίνεται με την επιθυμητή τάση $V_{REF}$ που πρέπει να έχει η Σύγχρονη Γεννήτρια για να εξυπηρετήσει το φορτίο και η οποία είτε υπολογίζεται αυτόματα είτε μπαίνει χειροκίνητα από τοπικό χειριστή.

Το σφάλμα που προκύπτει οδηγείται στη **βαθμίδα 2** που είναι ο ρυθμιστής (regulator), δηλ. η καρδιά του συστήματος όπου το σφάλμα ενισχύεται με ένα κέρδος $\mathbf{K_A}$**,** και με μία χρονική καθυστέρηση $\mathbf{T_A}$ επιλέγεται ένα σημείο σε μια ευρύτερη περιοχή λειτουργίας το οποίο αντιστοιχεί σε διέγερση της βοηθητικής γεννήτριας **(βαθμίδα 3)** έτσι ώστε να τροφοδοτήσει το τύλιγμα διέγερσης της Σύγχρονης Γεννήτριας με την επιθυμητή τάση συνεχούς ρεύματος. Η **βαθμίδα 4** είναι ένας σταθεροποιητής ο οποίος αποσβένει τις ταλαντώσεις στην τάση όταν επιβάλλεται σφάλμα στο σημείο σύνδεσης της Σύγχρονης Γεννήτριας ή το φορτίο της παρουσιάζει έντονες διακυμάνσεις.



Σχ. 2.4 Διάγραμμα βαθμίδων της μαθηματικής μοντελοποίησης κινητήρα Diesel (Engine) και του ρυθμιστή στροφών του (GOVERNOR).

Το παραπάνω σύστημα αφορά τη μαθηματική μοντελοποίηση-προσομοίωση ενός κινητήρα Diesel και του ρυθμιστή στροφών του (GOVERNOR) σε ένα σύστημα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας σε Αυτόνομο Σταθμό Παραγωγής (Σύστημα Ηλεκτροδότησης Νήσων) ή σε ένα σύστημα ηλεκτρικής κίνησης πλοίων όπου οι κινητήρες Diesel είναι υπεύθυνοι για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας για την τροφοδοσία των THRUSTERS (κινητήρες πρόωσης-ελιγμών). Σε αυτά τα συστήματα οι κανονισμοί επιβάλλουν τη συχνότητα του συστήματος να παραμένει σχεδόν σταθερή στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας με μία μικρή απόκλιση της τάξης του ±2%. Κατά συνέπεια θα πρέπει και η ταχύτητα των κινητήρων Diesel να παραμένει σταθερή. Αυτό το ρόλο εκτελεί ο ρυθμιστής στροφών (Governor) ο οποίος μετατοπίζει το σημείο λειτουργίας του κινητήρα στη χαρακτηριστική καμπύλη ισχύος-στροφών με μία κλίση R (speed-droop) που συνήθως είναι της τάξης 4-8%, έτσι ώστε οι στροφές να παραμένουν σταθερές. Ο ρυθμιστής στροφών είναι υπεύθυνος για την επιλογή της ροής του καυσίμου (θέση fuel-rack), και επιπλέον έχει και έναν ολοκληρωτικό όρο ($-K_I/s$) ο οποίος συμβάλλει στην αποκατάσταση των στροφών μετά από μεγάλη μεταβολή της ζήτησης ισχύος από τον κινητήρα ($T_{De}$). Το $m_\beta$ αναφέρεται στο ρυθμό κατανάλωσης καυσίμου (Kg/sec) ενώ το $m_\beta{}'$ είναι ο ρυθμός των καυσαερίων (Kg/sec). Τα μεγέθη C1,C2,C3 και ε υπολογίζονται στο κατασκευαστικό μέρος (κυβισμός, αριθμός κυλίνδρων κ.λ.π.) καθώς και στο θερμοδυναμικό μέρος (συνθήκες καύσης, πιέσεων, θερμοκρασίες) κ.λ.π.) του κινητήρα Diesel, και ο υπολογισμός τους (μαθηματικές σχέσεις) δίνονται στις [8,9].

Όπως παρατηρεί κανείς τα διαγράμματα αυτά αναφέρονται στο μιγαδικό επίπεδο συχνότητας s (αλγεβρικές εξισώσεις). Για την εξαγωγή των σχετικών διαφορικών εξισώσεων (πεδίο χρόνου) ακολουθείται η εξής διαδικασία.

--- Όσες βαθμίδες υπάρχουν, τόσες μεταβλητές κατάστασης περιγράφουν τη συμπεριφορά του συστήματος-διεργασίας και συνεπώς ίδιος θα είναι και ο αριθμός των διαφορικών εξισώσεων που προκύπτουν (4 για τη συγκεκριμένη περίπτωση).

--- Στην έξοδο κάθε βαθμίδας ορίζω και μια μεταβλητή κατάστασης. Στη συνέχεια λύνω την εξίσωση που προκύπτει σε κάθε βαθμίδα και τη μετασχηματίζω στο πεδίο του χρόνου για να πάρω την αντίστοιχη διαφορική εξίσωση.

**Παράδειγμα για το Σχ. 2.3** Ως έξοδο της βαθμίδας 1 ορίζω τη μεταβλητή κατάστασης $x_1$. Τότε θα ισχύει:

$$\frac{X_1}{V_T} = \frac{1}{1+sT_R}$$ Λύνοντας παίρνουμε

$$X_1+T_R sX_1 = V_T$$

Το $sX_1$ σύμφωνα με το (4) του πρώτου πίνακα του Παραρτήματος είναι ο διαφορικός τελεστής ( p = d/dt). Συνεπώς $pX_1= -(1/T_R)X_1+(1/T_R)V_T$.

Η ίδια ακριβώς διαδικασία ακολουθείται και με τις υπόλοιπες βαθμίδες, και προκύπτει ένα σύστημα τεσσάρων διαφορικών εξισώσεων απ΄όπου εξάγονται οι Πίνακες A, B,C,D του συστήματος.

## Μοντελοποίηση γραμμής τύπος «π»

$$\mathbf{V_L = L\frac{dI_L}{dt}}$$

$$\mathbf{I_C = C\frac{dV_C}{dt}}$$

$$\mathbf{V_1 - V_2 = RI_L + L\frac{dI_L}{dt}}$$

$$\mathbf{\frac{dI_L}{dt} = -\frac{R}{L}I_L + \frac{1}{L}V_1 - \frac{1}{L}V_2}$$

$$\mathbf{I_1} = \frac{C}{2}\frac{\mathbf{dV_1}}{\mathbf{dt}}$$

$$\mathbf{I_2} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{2}}\frac{\mathbf{dV_2}}{\mathbf{dt}}$$

$$\frac{d}{dt} = p$$

$$\mathbf{I_1} = \mathbf{I_{in}} - \mathbf{I_L}$$

$$\mathbf{I_2} = \mathbf{I_L} - \mathbf{I_{out}}$$

# ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

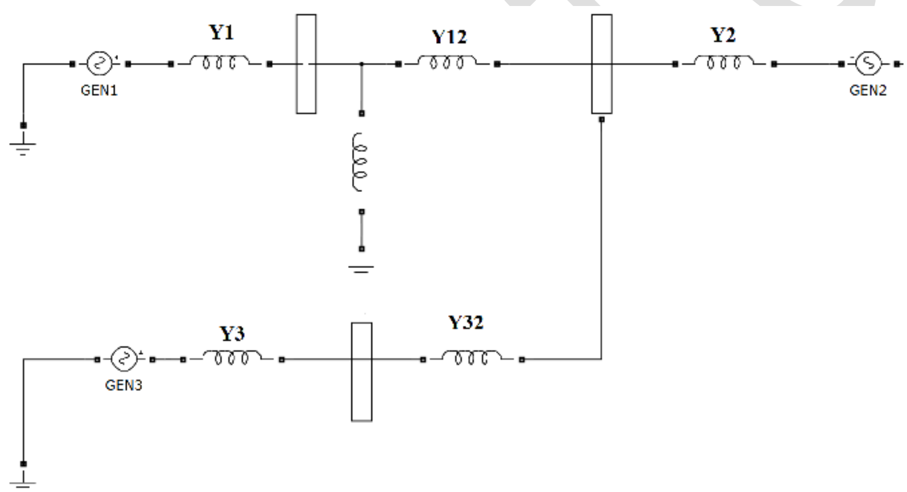
1. Οι παρακάτω εντάσεις ρευμάτων καταγράφηκαν κάτω από συνθήκες σφάλματος:

$I_A=1000^{55o}$ A
$I_B=1000^{155o}$ A
$I_C=1000^{300o}$ A
Να υπολογιστούν οι συμμετρικές συνιστώσες.

2. Από ζυγό ενός υποσταθμού τροφοδοτείται μέσω γραμμής μεταφοράς με $Z_L=1.2^{83}$, ζυγός φορτίου πολικής τάσης 4500 V, στον οποίο συνδέονται δύο παράλληλα συμμετρικά φορτία:
Φορτίο 1: 1000 kVA με cosφ=0.88 χωρητικό συνδεδεμένο σε Y
Φορτίο 2: 1000 kVA με cosφ=0.9 επαγωγικό συνδεδεμένο σε
Να υπολογιστούν:

1. Τα φασικά ρεύματα κάθε φορτίου
2. Η πολική τάση και ισχύς στο ζυγό του υποσταθμού
3. Οι απώλειες ενεργού και αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς.

Για το παρακάτω σύστημα να γραφεί το σύστημα στη μορφή [I]=[V][Y] για τις ανάγκες ανάλυσης της ροής φορτίου.




ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$V_0 = \frac{1}{3}(\overrightarrow{V_a} + \overrightarrow{V_b} + \overrightarrow{V_c})$ $V_1 = \frac{1}{3}(\overrightarrow{V_a} + \vec{\alpha}\overrightarrow{V_b} + \overrightarrow{\alpha^2}\overrightarrow{V_c})$ $V_2 = \frac{1}{3}(\overrightarrow{V_a} + \overrightarrow{\alpha^2}\overrightarrow{V_b} + \vec{\alpha}\overrightarrow{V_c})$

$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b}$ $Z_{new\ p.u} = Z_{old\ p.u}\left(\frac{S_{b\ new}}{S_{b\ old}}\right)\left(\frac{U_{b\ old}}{U_{b\ new}}\right)^2$