

# Ασκήσεις με ομολογιακά δάνεια

1. Ομολογιακό δάνειο 100.000 ομολογιών με αξία κάθε μιας 800 ευρώ εξοφλείται σε 5 χρόνια με επιτόκιο 8%. Να γίνει ο πίνακας απόσβεσης:

- α) με το σύστημα του ίσων μερών κεφαλαίου,
- β) με το προοδευτικό σύστημα (γαλλικό σύστημα).

Λύση

Το συνολικό κεφάλαιο του δανείου είναι

$$K = N \cdot C = 100.000 \cdot 800 = 80.000.000 \text{ ευρώ}$$

Ο τόκος κάθε ομολογίας για κάθε χρόνο είναι 8% της αξίας της, δηλαδή  $800 \cdot 8\% = 64$  ευρώ.

Τον πρώτο χρόνο πληρώνονται τόκοι για 100.000 ομολογίες, και κατόπιν τόκοι μόνο για τις ομολογίες που είναι εν ζωή.

α) με το σύστημα ίσων μερών κεφαλαίου κάθε χρόνο κληρώνεται ο ίδιος αριθμός ομολογιών, και όλες εξοφούνται σε 5 έτη. Δηλαδή κάθε έτος  $100.000/5 = 20.000$  ομολογίες.

Το ποσό του χρεολυσίου για το πρώτο έτος είναι

$$20.000 \cdot 800 = 16.000.000$$

Το ποσό του τόκου για το πρώτο έτος είναι

$$100.000 \cdot 64 = 6.400.000$$

β) Με το προοδευτικό σύστημα, το τοκοχρεολύσιο είναι σταθερό και ίσο με  $R = K/\alpha_{n|i}$  ενώ ο αριθμός των ομολογιών που κληρώνονται για εξόφληση, αυξάνει κάθε χρόνο.

$$R = K/\alpha_{n|i} = 80.000.000/\alpha_{5|8\%} = 20.040.000 \text{ ευρώ}$$

$$N_1 = N \cdot P_{n|i} = 100.000 \cdot P_{5|8\%} = 100.000 \cdot 0,1705 = 17.050 \text{ ομολογίες}$$

$$N_2 = N_1 \cdot (1+i) = 17.050 \cdot (1+0,08) = 18.414$$

$$N_3 = N_2 \cdot (1+i) = 18.414 \cdot (1+0,08) = 19.887$$

Το ποσό του τόκου για το πρώτο έτος είναι

$$100.000 \cdot 64 = 6.400.000$$

Έτος	Εξοφλη μένες ομολογί ες Νρ	τόκος	χρεολύσ ιο	τοκοχρεο λύσιο	εξοφλήθη κε	υπόλοιπο
1	20.000	6.400.000	16.000.000	22.400.000	16.000.000	64.000.000
2	20.000	5.120.000	16.000.000	21.120.000	32.000.000	48.000.000
3	20.000	3.840.000	16.000.000	19.840.000	48.000.000	32.000.000
4	20.000	2.560.000	16.000.000	18.560.000	64.000.000	16.000.000
5	20.000	1.280.000	16.000.000	17.280.000	80.000.000	0

β) με το προοδευτικό σύστημα (γαλλικό σύστημα)

Έτος	Εξοφλη μένες ομολογί ες Νρ	τόκος	χρεολύσ ιο	τοκοχρεο λύσιο	εξοφλήθη κε	υπόλοιπο
1	17.050	6.400.000	13.640.000	20.040.000	13.640.000	66.360.000
2	18.414	5.308.800	14.731.200	20.040.000	28.371.200	51.628.800
3	19.887	4.130.304	15.909.696	20.040.000	44.280.896	35.719.104
4	21.478	2.857.528	17.182.472	20.040.000	61.463.368	18.536.632
5	23.196	1.482.931	18.557.069	20.040.000	80.020.437	-20.437

# Ασκήσεις με ομολογιακά δάνεια

2. Ομολογιακό δάνειο 300.000 ομολογιών με αξία κάθε μιας 600 ευρώ εξοφλείται σε 8 χρόνια με ίσες εξαμηνιαίες δόσεις και ονομαστικό επιτόκιο 10%. Να υπολογισθεί το εξαμηνιαίο τοκοχρεολύσιο.

Λύση

Εφόσον έχουμε ίσες εξαμηνιαίες δόσεις, έχουμε το προοδευτικό σύστημα απόσβεσης και θα πρέπει ο χρόνος και το επιτόκιο να μετριέται σε εξάμηνα.

Το συνολικό κεφάλαιο του δανείου είναι

$$K = N * C = 300.000 * 600 = 180.000.000 \text{ ευρώ}$$

$$n = 8 * 2 = 16 \text{ εξάμηνα}$$

$$i = 10/2 = 5\% \text{ επιτόκιο εξαμήνου}$$

το τοκοχρεολύσιο είναι σταθερό και ίσο με

$$R = K / \alpha_{n|i} = K / \alpha_{16|5\%} = 180.000.000 / 10,8378 = 16.608.536,80 \text{ ευρώ}$$

3. Ένας οργανισμός έχει εκδώσει ομολογιακό δάνειο με επιτόκιο 8% και διάρκεια 9 ετών. Αν κάθε έτος πληρώνει τοκοχρεολύσιο 3.529.425 ευρώ και η ονομαστική αξία κάθε ομολογίας είναι 1200 ευρώ, να βρεθεί ο αριθμός όλων των αρχικών ομολογιών του δανείου.

Λύση

Εφόσον έχουμε ίσες ετήσιες δόσεις, έχουμε το προοδευτικό σύστημα απόσβεσης.

Το συνολικό κεφάλαιο του δανείου είναι

$$K = N * C \text{ το τοκοχρεολύσιο είναι σταθερό και ίσο με}$$

$$R = K / \alpha_{n|i} = N * C / \alpha_{9|8\%} \Leftrightarrow 3.529.425 = N * 1200 / 6,2469 \Leftrightarrow$$

$$N = 3.529.425 * 6,2469 / 1200 = 18.373 \text{ ομολογίες}$$

# Ασκήσεις με ομολογιακά δάνεια

4. Συμπληρώστε τα κενά του πίνακα απόσβεσης (4) της επόμενης σελίδας.

Υπόδειξη: Υπολογίστε την αξία κάθε ομολογίας

Υπολογίστε το επιτόκιο

Υπολογίστε το κεφάλαιο του δανείου και το πλήθος αρχικών ομολογιών

Λύση

Θα πρέπει να βρούμε το C (αξία ομολογίας), i (επιτόκιο).

Αξία ομολογίας θα είναι το χρεολύσιο/ πλήθος ομολογιών που εξοφλούνται

$$C = 22.567.500 / 17.045 = 1.324 \text{ ευρώ}$$

Τον πρώτο χρόνο εξοφλήθηκε ποσό τόκου χρεολυσίου 34.567.500, ίδιο με του δευτέρου χρόνου, επομένως έχουμε το προοδευτικό σύστημα απόσβεσης

$$\text{Για να βρούμε το επιτόκιο, } N_2 = N_1 * (1+i) \Leftrightarrow 1+i = 18.409 / 17.045 = 1,08 \Leftrightarrow i = 8\%$$

$$\text{Ο τόκος του πρώτου έτους θα είναι } I = K * i \Leftrightarrow K = I / i \Leftrightarrow$$

$$K = 12.000.000 / 0,08 = 150.000.000 \text{ ευρώ είναι το κεφάλαιο.}$$

$$\text{Το πλήθος } N \text{ των αρχικών ομολογιών } N = K / C = 150.000.000 / 1324 = 113.293 \text{ ομολογίες}$$

Έτος	Εξοφλημένες ομολογίες $N_p$	τόκος	χρεολύσιο	τοκοχρεολύσιο	εξοφλήθηκε	υπόλοιπο
1	17.045	12.000.000	22.567.500	34.567.500	22.567.500	127.432.500
2	18.409	10.197.590	24.369.910	34.567.500	46.937.410	103.062.590
3	19.882	8.247.426	26.320.074	34.567.500	73.257.484	76.742.516
4	21.473	6.141.202	28.426.298	34.567.500	101.683.781	48.316.219
5	23.192	3.866.431	30.701.069	34.567.500	132.384.850	17.615.150

# Ασκήσεις με ομολογιακά δάνεια

5. Συμπληρώστε τα κενά του πίνακα απόσβεσης (5) της επόμενης σελίδας. Προοδευτικό σύστημα απόσβεσης ομολογιακού δανείου.

Λύση

Θα πρέπει να βρούμε το C (αξία ομολογίας), i (επιτόκιο).

Αξία ομολογίας θα είναι το χρεολύσιο/ πλήθος ομολογιών που εξοφλούνται

$$30.000.000/15.000=2.000 \text{ ευρώ}$$

Τον πρώτο χρόνο εξοφλήθηκε ποσό 30.000.000 ευρώ και απομένουν 120.000.000 ευρώ.

Το κεφάλαιο = 150.000.000 ευρώ

Για να βρούμε το επιτόκιο, ο τόκος του δευτέρου έτους θα είναι

$$I = \text{Υπόλοιπο πρώτου έτους} * i \Leftrightarrow$$

$$i = 18.000.000/120.000.000 = 0,15 = 15\%$$

Ο τόκος του πρώτου έτους είναι  $150.000.000 * 0,15 = 22.500.000$

Το τοκοχρεολύσιο του πρώτου έτους

$$22.500.000 + 30.000.000 = 52.500.000 \text{ ευρώ ίδιο για όλα τα έτη}$$

$$N2 = N1 * (1+i) = 15.000 * (1+0,15) = 17.250 \text{ ομολογίες } N3 = N2 * (1+i)$$

Έτος	Εξοφλημένες ομολογίες Nr	τόκος	χρεολύσιο	τοκοχρεολύσιο	εξοφλήθηκε	υπόλοιπο
1	15.000	22.500.000	30.000.000	52.500.000	30.000.000	120.000.000
2	17.250	18.000.000	34.500.000	52.500.000	64.500.000	85.500.000
3	19.838	12.825.000	39.675.000	52.500.000	104.175.000	45.825.000